

ПРИЛОЖЕНИЕ НА РАЗЛИЧНИ ВИХРОВИ МОДЕЛИ ПРИ ОПРЕДЕЛЯНЕ НА ИНДУКТИВНОТО СЪПРОТИВЛЕНИЕ НА КРИЛО

ПРИМЕНЕНИЕ РАЗНЫХ ВИХРЕВЫХ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ИНДУКТИВНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ КРЫЛА

APPLICATION OF VARIOUS VORTEX MODELS FOR DETERMINATION OF WING INDUCED DRAG

Гл. ас. инж. Пенчев, С.
Технически университет – София, филиал Пловдив, България

Abstract: *Different wing wake models has been discussed and examined in the paper. The applicability and the limitations for determination of wing induced drag were studied. The main attention was kept on the wake model of Spreiter and Sacks and Betz wake model. The combined application and results for different wing load distribution and wingtip design has been presented.*

KEYWORDS: AERODYNAMIC CHARACTERISTICS, WAKE MODELS, LIFT DISTRIBUTION, INDUCED DRAG

1. Увод

Намаляването на индуктивното съпротивление е един от подходите за подобряване характеристиките на съвременните летателни апарати. Основно следствие се явява повишаването на далечината на полета, скороподемността и далечината на планиране, свързани с увеличени носеща способност, максимално аеродинамично качество, и намален разход на гориво. Разположението и интензивността на крайните вихри [3,7], формиращи се след крилото, оказват преобладаващо влияние върху съпротивлението, възникващо при създаване на подемна сила, затова и разработките са насочени предимно към различно конфигуриране на краищата на крилото - крило с "winglets", крило със сплитер, сърповидно крило, С - крило, крило с крилна решетка [8] и др. Теорията на носещата линия показва, че за равнинно крило елиптичното разпределение на натоварването осигурява еднородно поле на индуктивните скорости и минимизиране на индуктивното съпротивление. Според [9] едно равнинно крило не може да има по – ниско индуктивно съпротивление от това с елиптично разпределение на циркулацията. Използването на пространствени крилни системи позволява получаването на по - високо ефективно удължение от геометричното при еднаква подемна сила. Един от критериите за постигане на подобни характеристики е еднородност на скоростното поле в следата [9].

При пресмятане на индуктивното съпротивление с използване на теорията на носещата линия и теорията на носещата повърхнина основно се използва моделиране на следата във вид на плоска равнина, без отчитане на усукването на вихровия слой и формирането на система от крайни вихри. В настоящата работа са представени основните теоретични зависимости за два вихрови модела, които са построени на базата на следата, в която се формират крайни вихри. Анализирани са възможностите за използването им при определяне на аеродинамичните характеристики на крило с крайна разпереност.

2. Вихрови модели

Пресмятането на аеродинамичните сили, при зададена геометрия на носещата система и известно разпределение циркулацията, може да се извърши в равнина, разположена на голямо разстояние зад крилото и перпендикулярна на следата. Индуктивното съпротивление зависи и от разпределението на

скоростите индуцирани по направление на нормалата към вихровата следа в този план, известен като "равнина на Трефц" [5,6].

По теорията на носещата линия за потенциално несвиваемо течение крилната система се моделира с присъединен вихров слой без отчитане на изменението на циркулацията по хордата. Вихровата следа на крилото е успоредна на несмутеното течение, а хордите са хоризонтални. При този начин на моделиране проекцията на следата в равнината на Трефц съвпада с проекцията на крилото. Използването на вихрова следа в съответствие с условието за отсъствие на сили действащи върху нея, води до значителни трудности, свързани с получаване на точното разпределение на течението след крилото и изчисляване на аеродинамичните сили. Един подход за получаване на форма на следата близка до реалната е използването на така наречената "релаксация" на течението. Този подход обикновено се реализира числено като се използват нестационарни панелни методи [7]. Алтернатива на това решение са представените по – долу вихрови модели.

2.1. Вихров модел на Спрайтер и Сакс.

При този модел в равнината на Трефц се разполагат два вихъра с противоположни посоки на въртене. В централната част на тези вихрови елементи има ядра с радиус r_k , в зоната на които частиците извършват въртеливо движение подобно на твърдите тела – тангенциалната скорост намалява към центъра. Извън ядрото течението е потенциално и за него е в сила следната зависимост за потенциала на скоростта:

$$(1) \quad \varphi = \frac{\Gamma}{2\pi} \left(\arctan \frac{y}{z - \frac{l'}{2}} - \arctan \frac{y}{z + \frac{l'}{2}} \right)$$

Кинетичната енергия на вихровите ядра E_k^* се определя чрез интегриране на тангенциалната скорост $V_t(r)$:

$$(2) \quad V_t(r) = \frac{\Gamma}{2\pi r_k} \left(\frac{r}{r_k} \right)$$

$$(3) \quad E_k^* = 2 \cdot \frac{\rho}{2} \int_0^{r_k} \int_0^{2\pi} V_t^2 dF = \frac{\rho \Gamma^2}{8\pi}$$

Като се има предвид израза за потенциалната енергия на течението извън вихровите ядра представен в [11], за общата енергия E^* в следата се получава израз:

$$(4) \quad E^* = \frac{\rho \Gamma^2}{8\pi} \left[1 + 4 \ln \left(\frac{l' - r_k}{r_k} \right) \right]$$

Горните зависимости представят енергията на единица дължина в течението. При движението си крилото извършва работа, която е равна на индуктивното съпротивление по изминатия път и е свързана с енергията в следата представена с изрза (4). Следователно за силата на индуктивно съпротивление може да се запише следната зависимост:

$$(5) \quad X_{ai} = \frac{\rho \Gamma^2}{8\pi} \left[1 + 4 \ln \left(\frac{l' - r_k}{r_k} \right) \right]$$

В израза (5) Γ е циркулацията на течението за вихъра, l' е разстоянието между центровете на двата крайни вихъра, а ρ – плътността на течението.

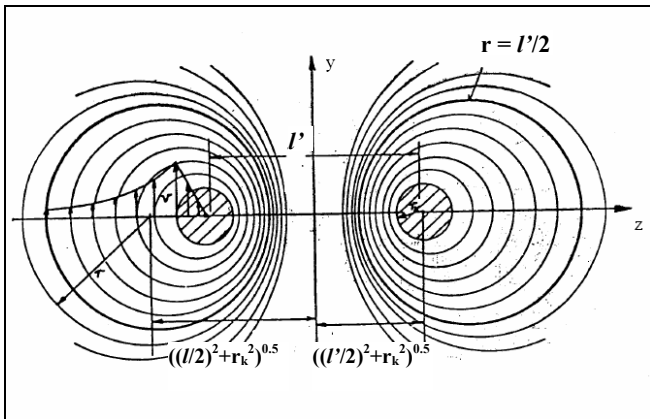
Радиусът на вихровото ядро се пресмята от следния израз:

$$(6) \quad \frac{r_k}{l'/2} = \frac{2}{1 + e^{\left(\frac{c_{xai} \cdot \pi \cdot V_\infty^2 \cdot l'^2}{\Gamma^2 \cdot \lambda} - 0.25 \right)}}$$

където V_∞ - скорост на несмутеното течение, l' – разпереност на крилото, λ – удължение на крилото и c_{xai} е коефициент на индуктивно челно съпротивление.

След въвеждане на отношението на индуктивното челно съпротивление към това на елиптичното крило X_{ell} и прилагане на теоремата на Жуковски за подемната сила, горния израз приема следния вид [11]:

$$(7) \quad \frac{r_k}{l'/2} = \frac{2}{1 + e^{(4 \cdot X_{ell} \cdot (l'/l)^2 - 0.25)}}$$



Фиг. 1. Схема на вихровата система за модела на Спрайтер и Сакс

2.2. Вихров модел на Бетц

В основата на този модел е предположението, че в процеса на усукване на вихровата следа и формирането на крайните вихри съществува пряка зависимост между разпределението на циркулацията за полукрилото и разпределението на циркулацията по радиуса на крайния вихър. Вихровият слой от полукрилото се преобразува в спирала, която формира вихрова тръбичка с определен диаметър. Циркулацията се запазва постоянна при този процес и е в сила израза:

$$(8) \quad - \int_0^{l'/2} \frac{d\Gamma(z)}{dz} dz = \int_0^R \frac{d\Gamma'(r)}{dr} dr = \Gamma_0,$$

където Γ_0 е стойността на циркулацията в основната хорда на крилото, а R е радиусът на вихровата тръбичка, която съдържа циркулацията от полукрилото.

Положението на центъра циркулацията се определя като се пресметне полярният инерционен момент за частиците в следата преди и след формирането на крайните вихри [11]. Приложен за крило с елиптично разпределение на циркулацията изразът (9) дава стойност за l' , която съответства на получената по моментната теория – $\pi/4$.

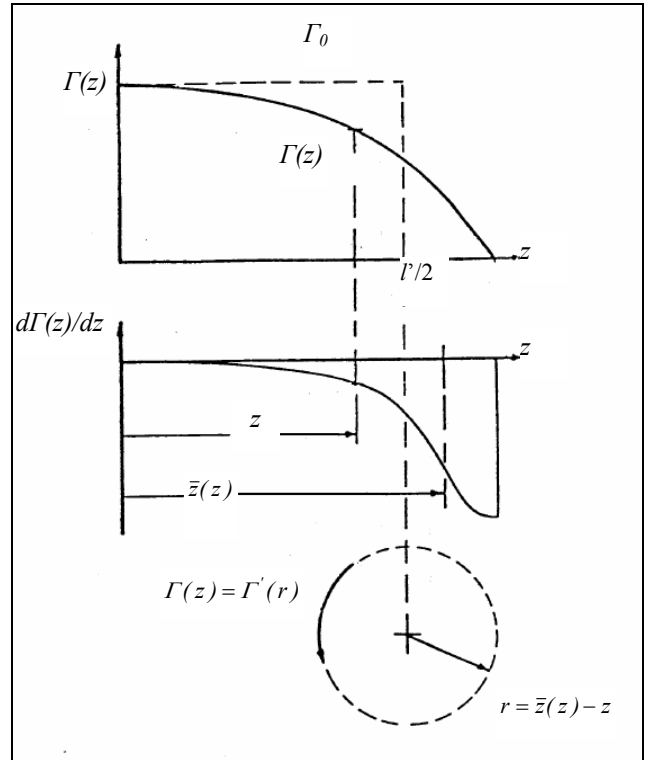
$$(9) \quad \frac{l'}{2} \Gamma_0 = - \int_0^{l'/2} \frac{d\Gamma(z)}{dz} z dz$$

Останалите основни зависимости от този модел описват връзките между радиуса на вихровата тръбичка и положението по полуразпереността на крилото, а също и връзката между стойностите на циркулацията за крилото и формираната краен вихър.

$$(10) \quad r = \bar{z}(z) - z$$

$$(11) \quad \Gamma(z) = \Gamma'(r)$$

$$(12) \quad \bar{z}(z) = \frac{\int_z^{l'/2} \frac{d\Gamma(\eta)}{d\eta} \eta d\eta}{\int_z^{l'/2} \frac{d\Gamma(\eta)}{d\eta} d\eta}$$



Фиг. 2. Схема на вихровата система за модела на Бетц

От тези изрази се вижда, че циркулацията $\Gamma(z)$ за позицията на крилото, отчитана от крайната хорда, се появява в следата като вихрова тръбичка с радиус r , който е функция на

разглежданата позиция по разпереността и центъра на циркулацията в следата извън тази позиция \bar{z} . Стойностите на тангенциалните скорости във вихровата следа и в центъра на вихровата тръбичка се определят в съответствие с потенциалната теория за течението.

$$(13) \quad V_t(r) = \frac{\Gamma'(r)}{2\pi r}$$

$$(14) \quad V_t(r=0) = -\frac{1}{\pi} \left. \frac{d\Gamma}{dz} \right|_{z=1/2}$$

Последният израз показва, че ако тангентата към кривата, представяща разпределението на циркулацията, е перпендикулярна на ос z за посочената позиция то скоростта във вихровия център е безкрайно голяма. Такъв е случая при елиптично разпределение. Когато градиента към кривата е с крайна стойност, тогава и скоростта има определено крайно значение. Този вихров модел дава връзка между циркулацията за крилото и разпределението на скоростта във вихровата следа.

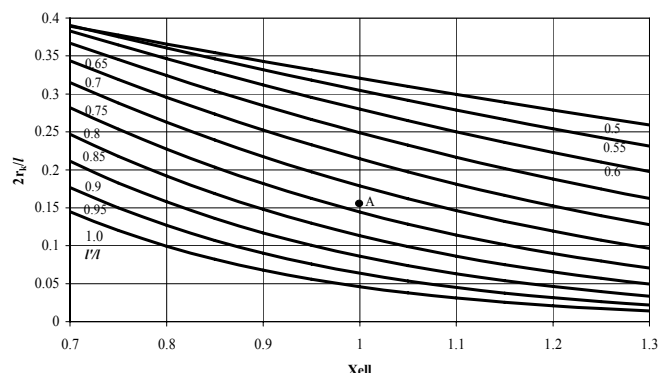
2.3. Индуктивна подъемна сила

В [4] са представени основните зависимости за пресмятане на “индуктивната” подъемна сила. Това е подъемна сила, която възниква вследствие на взаимната индукция на присъединения вихров слой на крилото и вихровия слой в следата. Характерно за тази сила е, че тя не е спроводена с възникването на допълнително индуктивно съпротивление и появата и може да се тълкува като увеличаване на ефективното удължение на крилото.

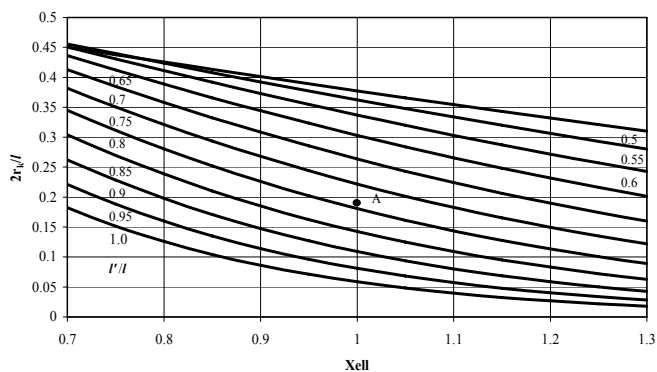
Теоретичните зависимости показват, че конструктивните фактори, които влияят на стойността на “индуктивната” подъемна сила са стреловидността и напречната V – образност на крилото. Трябва да се отбележи, че основен фактор е V – образността, тъй – като при равнинно крило разглежданият ефект не се наблюдава.

3. Резултати и дискусия

На фиг. 3. са представени зависимостите за радиуса на крайния вихър във функция на относителното индуктивно съпротивление и положението му, пресметнати по уравнение (7). При едно и също разстояние между вихрите увеличаването на радиуса r_k води до намаляване на индуктивното съпротивление, докато при един и същ радиус е необходимо да нараства разстоянието. На фиг. 3б е представена зависимост, за която скоростта в ядрото на вихъра е постоянна и равна на тази за външния му контур. При това положение в израза (7) константата 0.25 в знаменателя се заменя с 0.5.



а)

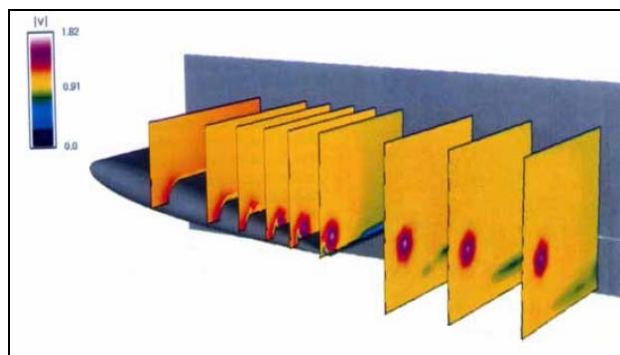


б)

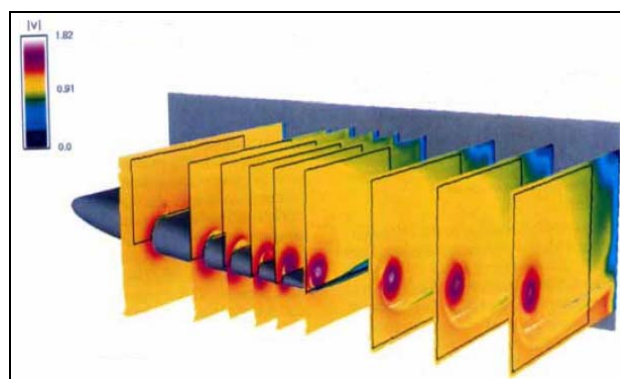
Фиг. 3. Относителното индуктивно съпротивление X_{ell} във функция на положението и радиуса на ядрото на крайния вихър:

а) разпределение на скоростта в ядрото на вихъра по линеен закон; б) постоянна скорост в ядрото на вихъра.

По – този начин на едно и също разстояние между вихровите елементи и еднакво индуктивно съпротивление съответстват по – високи стойности на радиуса. Това се илюстрира със положението на т.А, което показва характеристиките за крило с елиптично разпределение на циркулацията за двата случая. Друг интересен резултат е областта, която съответства на индуктивно съпротивление по – ниско от това на елиптичното крило и съответните комбинации от характеристиките на крайните вихри.



а)



б)

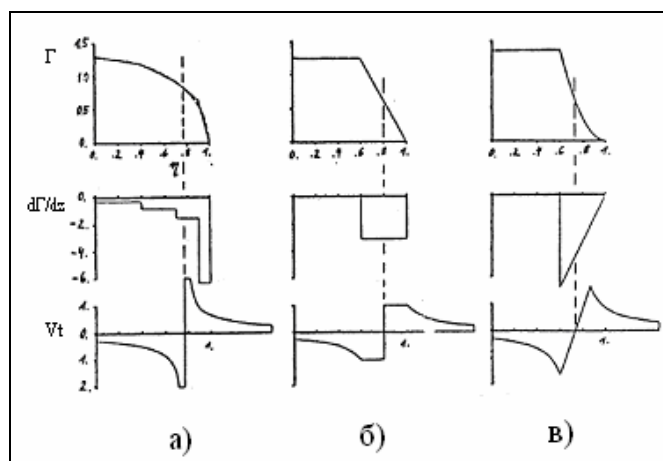
Фиг. 4. Определяне на характеристиките на крайния вихър:

а) експериментално в аеродинамична тръба [1]; б) при числено моделиране на течението [2].

При този модел е необходимо да са известни две от трите характеристики в уравнение (7). На фиг.4 са представени резултати, които показват определянето на характеристиките на крайния вихър и възможността за използване на модела на Спрейтер и Сакс при експериментални изследвания в аеродинамична тръба и числени експерименти (CFD анализ и др.)

Моделът на Бетц е приложим за определяне на разпределението на тангенциалната скорост в следата и за определяне на разстоянието между крайните вихри. Той обаче дава грешни резултати при пресмятане на радиуса на крайния вихър.

На фиг. 5 са представени резултати от пресмятането на разпределението на скоростта в следата с използване на модела на Бетц. От особен интерес са данните на фиг. 5б и фиг. 5с. Това са разпределения, за които се получават крайни вихри с характеристики подобни на тези показани на фиг. 3 и илюстрират част от възможностите за използване на представените вихрови модели. Тези разпределения са подходящи за реализация при крила с триъгълна форма на краищата или при използване на многокомпонентни "уинглете".



Фиг. 5. Определяне на тангенциалната скорост по модела на Бетц при еднаква подемна сила:

- а) приблизително елиптично разпределение; б) постоянна циркулация с линеен закон на разпределение в края на полукрилото; в) постоянна циркулация с параболичен закон на разпределение в края на полукрилото.*

Съвместното използване на двата модела може да разшири възможностите за приложението им. Последователността на едно такова комбинирано използване е следната:

- определяне на положението на центровете на крайните вихри – разстоянието l' (Бетц);
- определяне на разпределението на тангенциалната скорост в следата (Бетц);
- определяне на индуктивното съпротивление (Спрайтер и Сакс);
- определяне на радиуса на ядрото на крайния вихър (Спрайтер и Сакс).

4. Заключение

Представените вихрови модели позволяват да се отчетат ефектите свързани с усукването на вихровата следа при проектиране на крилни системи с минимално индуктивно съпротивление. Друга съществена област на приложението им е пресмятането на индуктивното съпротивление за обекти

изследвани при експеримент в аеродинамична тръба или с използване на числените методи на аеродинамиката.

За да могат практически да се прилагат представените зависимости за определяне на аеродинамичните характеристики е необходимо да бъдат извършени изследвания в следните основни посоки: определяне на размерите на изчислителната област с цел ограничаването и; определяне на зоните със значими стойности на параметрите на течението; избягване на влиянието на границите на изчислителната област; определяне на разположението на изчислителната равнина; изследване на приложимостта на разгледаните математически модели при наличие на повече от една двойка крайни вихри.

Пресмятането на "индуктивната" подемна сила за плоска вихрова следа и отчитането на влиянието на усукването на следата с използване на разискваните вихрови модели е предпоставка за по – детайлен и точен анализ на аеродинамичните характеристики на перспективни конфигурации крилни системи, в това число и равнинни.

5. Литература

1. Chow, J., Zilliac G., and Bradshaw P. Turbulence measurements in the nearfield of a wingtip vortex. NASA Technical Memorandum 110418, February 1997.
2. Dacles-Mariani, J., et al. Numerical/experimental study of a wingtip vortex in the near field. AIAA Journal, Vol. 33, No. 9, 1995, pp. 1561-1568.
3. Desabrais, K., Jonari, H. Direct circulation measurement of a tip vortex. AIAA Journal, Vol. 36, No. 11, 2000, pp 2189 – 2191.
4. Eppler, R. Induced drag and winglets. Aerospace science and Technology, 1997, n.1.
5. Giles, M., Cummings, R. Wake integration for three-dimensional flow field computations: theoretical development. J. of Aircraft, Vol. 36, No. 2, 1999, pp.357-365.
6. Giles, M., Cummings, R., Hunt D. Wake integration for three-dimensional flow field computations: applications. J. of Aircraft, Vol. 36, No. 2, 1999, pp.366-373.
7. Katz, J., Plotkin, A. Low - speed aerodynamics. Singapore : McGraw - Hill book Co, 1991.
8. La Roshe, U., Palfy, S. Wing-grid, a novel device for reduction of induced drag on wings. Sorento, Italy: ICAS 96, 1996.
9. Munk, M. The minimum induced drag of aerofoils. NR 121, 1921.
10. Orloff, K. Spanwise lift distribution on a wing from flowfield velocity surveys. J. of Aircraft, Vol. 17, No. 12, 1980, pp.875 - 882.
11. Zimmer, H. The aerodynamic optimization at subsonic speed and the influence of wingtip design. NASA TM – 88534, Washington, 1987, p. 105