

ГЕОМЕТРИЧНО ПРОЕКТИРАНЕ НА ДВУСТРАННО КОРИГИРАНИ ЕВОЛВЕНТНИ ПРЕДАВКИ СЪС СИМЕТРИЧНИ И НЕСИМЕТРИЧНИ ЗЪБИ

GEOMETRIC DESIGN OF BILATERALLY MODIFIED INVOLUTE GEARINGS WITH SYMMETRIC AND ASYMMETRIC TOOTH PROFILES

ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ ДВУСТОРОННЕЕ КОРРИГИРОВАННЫХ ЭВОЛВЕНТНЫХ ПЕРЕДАЧ СИММЕТРИЧНЫМИ И НЕСИММЕТРИЧНЫМИ ЗУБЬЯМИ

Assoc. prof. dr. Alipiev O.
University of Ruse "Angel Kanchev", Bulgaria
E-mail: oalipiev@ru.acad.bg

Abstract: The main points of the proposed generalized geometric theory of involute meshing are described. The theory is based on a new generalized basic rack. A generalized classification of the involute gearings according to their modification is proposed. An integrated method for geometric design of bilaterally modified involute gearings with symmetric and asymmetric tooth profiles is developed. A comparative analysis of the traditional and proposed designs is made.

Keywords: INVOLUTE GEARINGS, ASYMMETRIC TOOTH PROFILE, GENERALIZED BASIC RACK, CUTTER TOOL MESHING, BILATERAL MODIFICATION, RADIAL AND TANGENTIAL MODIFICATION

1. Въведение

В последните години се наблюдава засилен интерес към цилиндричните предавки с несиметрично еволвентно зацепване [3,5,6,7]. Използването на тези предавки води до редица предимства, най-същественото от които е повишаването якостта на предавката в работното направление на движение чрез увеличаване на активния за сметка на пасивния ъгъл на зацепване.

Редица други предимства на еволвентното зацепване, свързани най-вече с възможността за геометрично влияние върху якостта на зъбите и вписване на зъбната предавка в зададено междуосово разстояние, се дължат на *радиалното коригиране* на зъбните козела, получено чрез традиционното изместване на изходния контур [4]. Според автора на настоящата работа приложната област на цилиндрични предавки може да се разшири, ако едновременно с радиалното коригиране се осъществи и така нареченото „*тангенциално коригиране*“ на зъбните козела [1,2]. Предимствата на получените по този начин двустранно коригирани предавки се изразяват в повишаване на обемната якост на зъбите и избягване на заострянето им, особено при проектиране на козела с малък брой зъби.

В настоящата работа се предлага обобщен метод за геометрично проектиране на двустранно коригирани еволвентни предавки със симетрично и несиметрично зацепване, при който традиционният метод се явява частен случай.

2. Предпоставки за изграждане на обобщена теория на еволвентното зацепване

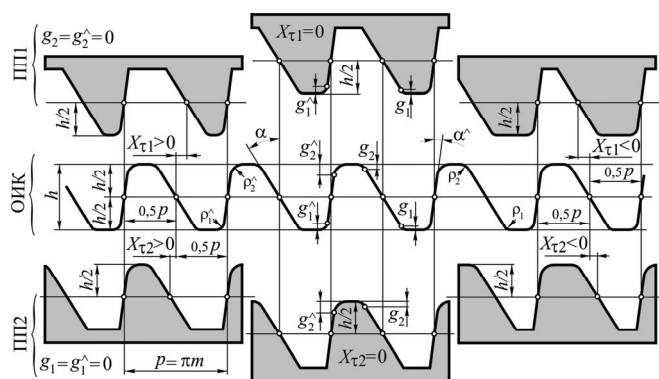
Съвместяването на радиалното с тангенциалното коригиране и предлагането на нов *обобщен изходен контур* (ОИК) за дефиниране на зъбните козела се явяват основни предпоставки за разработване на *обобщена теория* (ОТ) за геометрично проектиране на еволвентното зацепване, с която значително може да се разшири областта на неговото съществуване.

2.1 Обобщен изходен контур

Основната причина за ограничените възможности на *традиционната теория* (ТТ) на еволвентното зацепване произтича от частния случай на дефиниране на *традиционния изходен контур* (ТИК), определен с четири независими параметъра. В тази връзка предложеният на фиг.1 ОИК [1], за разлика от ТИК, има несиметрични профили и се дефинира от осем независими параметъра: модул m , активен профилен ъгъл α , пасивен профилен ъгъл α^{\wedge} , коефициент на височина на зъба h^* и височинните коефициенти $g_1^*, g_2^*, g_1^{\wedge}, g_2^{\wedge}$ на преходните участъци,

при което модулът, както и в ТТ, се явява мащабен фактор и

$$(1) h = h^* m, \quad g_1 = g_1^* m, \quad g_2 = g_2^* m, \quad \alpha^{\wedge} = \alpha^{\wedge*} m, \quad \alpha^{\wedge} = \alpha^{\wedge*} m.$$



Фиг.1 Обобщен изходен контур и произвеждащи профили

При дефинирането на ОИК, за разлика от ТИК, се влага по-широк смисъл и по отношение на получаваните произвеждащи профили. В тази връзка ОИК определя геометрията на два различни в общия случай произвеждащи профила. С единия (ПП1) се профилира инструменталният гребен за наричане на малкото козело, а с другия (ПП2) – инструменталният гребен за голямото козело на зъбната предавка. Освен това разположението на срещуположните профили в произвеждащите гребени е получено чрез *тангенциално изместване* на наклонените линии от ОИК. При това тангенциалните измествания $X_{\tau 1}$ и $X_{\tau 2}$ в двата произвеждащи профила са положителни, ако ширината на междузъбното по средната права на произвеждащия гребен е по-голяма от дебелината на зъба. В обратния случай $X_{\tau 1}$ и $X_{\tau 2}$ са отрицателни. ОИК, ПП1 и ПП2 се различават помежду си не само по отношение на тангенциалното изместване, но и по големината, броя и местоположението на преходните участъци. В този смисъл ОИК се дефинира от четири различни преходни участъка, а в произвеждащите профили тези участъци са два и са разположени при върховете на зъбите.

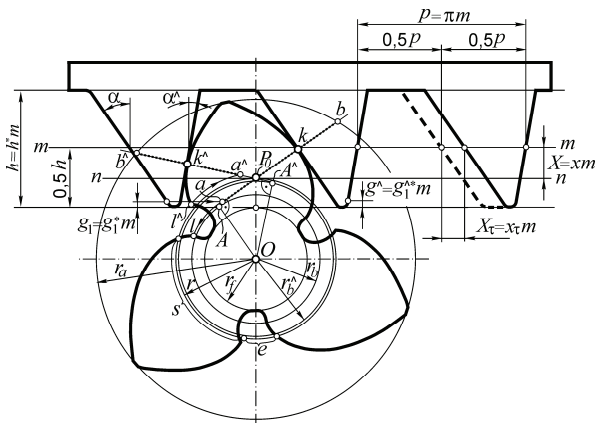
2.2 Двустранно коригиране на еволвентните козела

Геометрията на зъбните козела се определя с помощта на показаното на фиг.2 инструментално гребено зацепване. В този общ случай относителното разположение на инструмента спрямо наричаното козело е получено чрез изместване на профилите от ОИК в две направления – радиално и тангенциално.

Големината на изместванията се определя от равенствата

$$(2) \quad X = x m, \quad X_\tau = x_\tau m,$$

в които x и x_τ са коефициенти на съответното изместване.



Фиг.2 Инструментално гребенно зацепване

Радиалното и тангенциалното изместване оказват влияние върху дебелината на зъбите s по делителната окръжност (с радиус r) на колелото, определена от обобщеното равенство

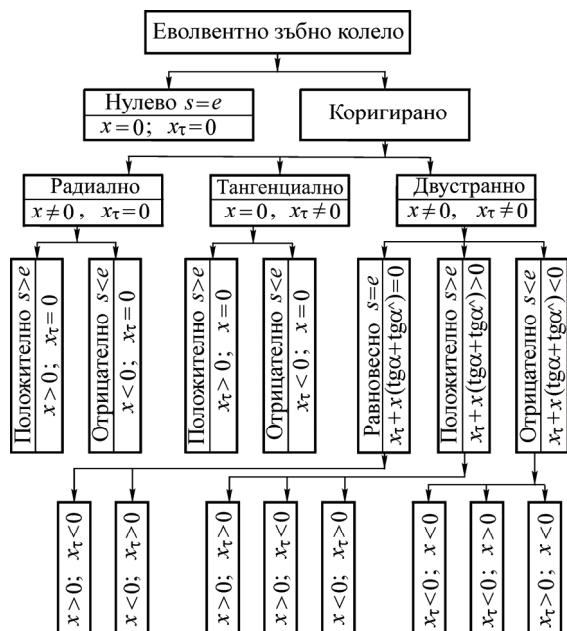
$$(3) \quad s = m [\pi / 2 + x_\tau + x (\text{tg } \alpha + \text{tg } \alpha^\wedge)]$$

В зависимост от големината на съответното изместване и съпоставянето на дебелината s с ширината на медузъбието e , на фиг. 3 се предлага нова класификация на зъбните колела, при която познатите разновидности от ТТ са дадени в лявата част.

Като се вземе предвид, че $s = 0,5p = 0,5\pi m$ при $s = e$, от равенство (3) се намира допълнително разграничително условие

$$(4) \quad x_\tau + x (\text{tg } \alpha + \text{tg } \alpha^\wedge) = 0,$$

чието удовлетворяване дефинира нов вид еволвентни колела, наречени „равновесно коригирани“. Общият брой на всички разновидности в предложената класификация е тринадесет. За сравнение при традиционното коригиране разновидностите са само три (нулево, x -положително и x -отрицателно колело).



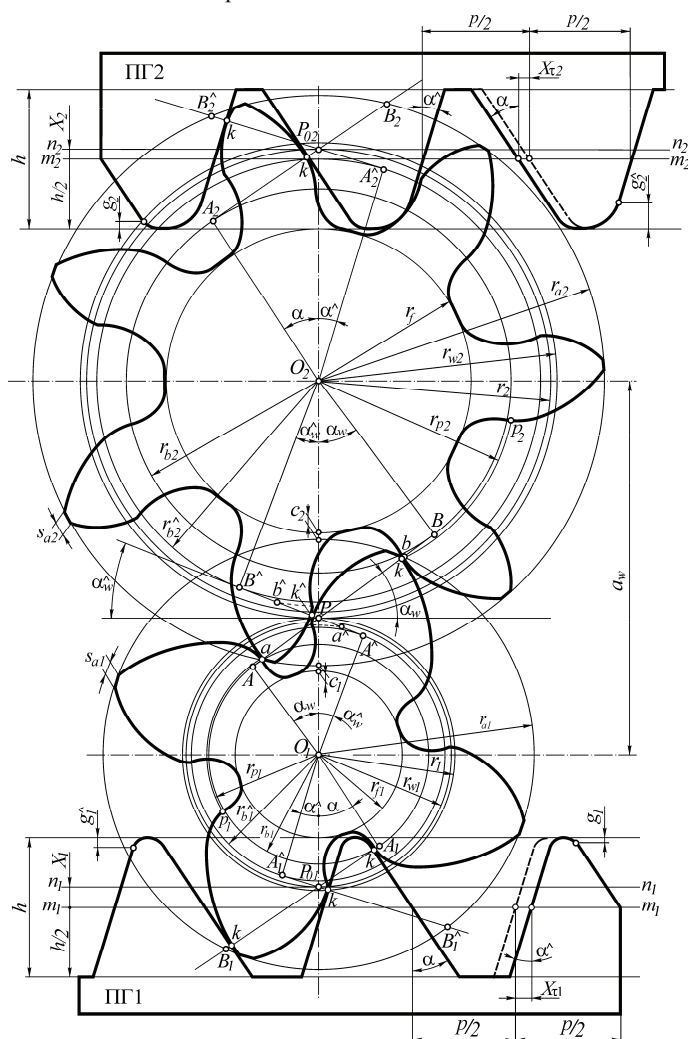
Фиг.3 Разновидности на еволвентните зъбни колела

От избора на x и x_τ в значителна степен зависят геометрията на зъбните колела, качествените показатели на зъбното зацепване и товароносимостта на предавката. Поради това изборът на рационални стойности на коефициентите на радиално и тангенциално изместване се явява един от основните етапи в обобщеното геометрично проектиране на зъбната предавка.

3. Обобщено проектиране на цилиндрични предавки с външно еволвентно зацепване

3.1 Обобщено образуване на еволвентното зацепване

Принципът, по който се образува еволвентното зацепване, в най-общия случай се изяснява с помощта на фиг. 4, на която във взаимна връзка са показани инструменталните зацепвания на произвеждащите гребени ПГ1 и ПГ2 с двете колела на предавката и еволвентното зацепване, получено от тези колела. Образуването на показаното зацепване се предхожда от предварителен избор на конкретен ОИК. С този ОИК и зададените коефициенти x_{r1} и x_{r2} на тангенциално изместване се намира геометрията на произвеждащите гребени. Всеки от тези два произвеждащи гребена може да е с нулево, положително или отрицателно тангенциално изместване на страничните профили, докато при ОИК такова изместване не съществува. По-нататък чрез коефициентите x_1 и x_2 на радиално изместване се намира относителното разположение на произвеждащите гребени спрямо формообразуваните колела. От получените две инструментални зацепвания се определя геометрията на зъбните колела. Впоследствие след зацепване на получените колела се образува еволвентната зъбна предавка.



Фиг.4 Обобщено образуване на еволвентното зацепване

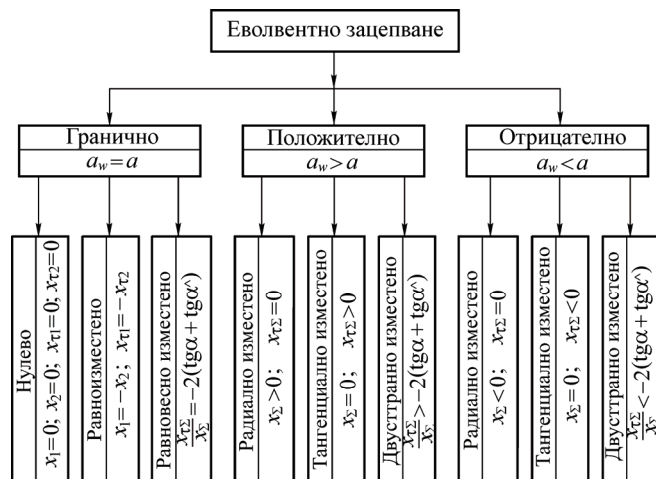
Ъглите на зацепване α_w и α_w^\wedge в получената предавка се определят след решаване на следната система уравнения [2]

$$(5) \quad \begin{cases} \text{inv } \alpha_w + \text{inv } \alpha_w^\wedge = \frac{x_{r\Sigma} + 2x_\Sigma (\text{tg } \alpha + \text{tg } \alpha^\wedge)}{z_1 + z_2} + \text{inv } \alpha + \text{inv } \alpha^\wedge, \\ \cos \alpha_w / \cos \alpha_w^\wedge = \cos \alpha / \cos \alpha^\wedge, \end{cases}$$

в която $x_{r\Sigma} = x_{r1} + x_{r2}$, $x_\Sigma = x_1 + x_2$, а с z_1 и z_2 е означен броят на зъбите на двете колела, участващи в еволвентното зацепване.

3.2 Класификация на еволвентното зацепване

Всяко от зъбните колела, което участва в образуването на фиг. 4 зъбно зацепване, може да е коригирано по различен начин в радиално и тангенциално направление. В резултат на това се получава голямо разнообразие на получените еволвентни зацепвания. Най-общият признак, по който могат да се разграничат тези зацепвания, е пряко свързан със съпоставянето на делителното междуосово разстояние a ($a=r_1+r_2$) с действителното – a_w ($a_w=r_{w1}+r_{w2}$). По този признак в предложената на фиг. 5 класификация, еволвентното зацепване се разделя на три вида: *гранично* ($a_w=a$); *положително* ($a_w>a$) и *отрицателно* ($a_w<a$).



Фиг. 5 Класификация на еволвентното зацепване

При $a_w = a$ всеки от профилните ъгли α или α^{\wedge} е равен на съответния ъгъл на зацепване α_w или α_w^{\wedge} от активната и пасивната посока на движение. В този случай, при $\alpha = \alpha_w$ и $\alpha^{\wedge} = \alpha_w^{\wedge}$, от първото равенство на уравнения (5) се получава

$$(6) \quad \frac{x_{\tau\Sigma}}{x_{\Sigma}} = \frac{x_{\tau1} + x_{\tau2}}{x_1 + x_2} = -2(\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \alpha^{\wedge}).$$

Новото разграничително условие (6) дефинира така нареченото *равновесно изместено* зацепване (за *нулевото*, *равноизместеното* и *равновесно изместеното* зацепване $a_w=a$). Равенство (6) се явява граница за допълнително класифициране на зъбните предавки на *положителни* и *отрицателни*. При това коригираното зацепване е положително, ако лявата страна на (6) е по-голяма от дясната, при което $\alpha_w > \alpha$ и $\alpha_w^{\wedge} > \alpha^{\wedge}$ и отрицателно – в обратния случай, за който $\alpha_w < \alpha$ и $\alpha_w^{\wedge} < \alpha^{\wedge}$.

3.2 Обобщена методика за геометрично проектиране

Методиката за геометрично проектиране е разработена за най-общия случай на еволвентното зацепване, при който зъбните профили са несиметрични, а коригирането на колелата е осъществено както в радиално, така и в тангенциално направление. Начални величини за изчисленията в този случай се явяват независимите параметри m , α , α^{\wedge} , h^* , g_1^* , g_2^* , $g_1^{*\wedge}$, $g_2^{*\wedge}$ на ОИК, броят на зъбите z_1 и z_2 на колелата и коефициентите на радиалните хлабини c_1^* и c_2^* (в общия случай от фиг. 4 се вижда, че радиалните хлабини $c_1 = c_1^* m$, $c_2 = c_2^* m$ и височините на преходните участъци $g_1, g_2, g_1^{\wedge}, g_2^{\wedge}$ са различни). Освен тези величини в съответствие с решаваната задача при цилиндричните предавки с прави зъби се задават още пет взаимно свързани параметъра: $a_w, x_1, x_{\tau1}, x_2$ и $x_{\tau2}$ (a_w е означено междуосовото разстояние на предавката).

При геометричното проектиране на предавката най-често се решават две основни задачи. В първата задача, дефинирана като *права задача*, са зададени $x_1, x_{\tau1}, x_2$ и $x_{\tau2}$, а a_w е неизвестно. Обратно, при втората задача, позната като *обратна задача*, междуосовото разстояние е зададено. Възможен е и комбиниран вариант, при който след решаване на правата задача междуосовото разстояние се закръгля, след което се решава обратната задача. Последователността, по която се решава правата

задача и необходимите формули за изчислителния процес, са дадени в работа [2]. По предложената методика е решен числен пример, при който: $m=16$; $z_1=4$; $z_2=7$; $\alpha=34^{\circ}$; $\alpha^{\wedge}=17^{\circ}$; $h^*=2,1$; $g_1^*=0,12$; $g_2^*=0,14$; $g_1^{*\wedge}=0,15$; $g_2^{*\wedge}=0,35$; $c_1^*=0,1$; $c_2^*=0,06$; $x_1=0,31$; $x_2=-0,151$; $x_{\tau1}=0,2$; $x_{\tau2}=-0,2$. С резултатите от изчисленията са построени мащабно показаните на фиг. 4 инструментални зацепвания на колелата с произвеждащите гребени и картината на еволвентното зацепване. При тази несиметрична предавка с малък брой зъби на колелата предаването на движението в активната посока на движение се осъществява без прекъсване ($\varepsilon_{\alpha}=1,03$). За сравнение с традиционното проектиране не е възможно да се осигури непрекъснато предаване на движението с горепосочения брой прави зъби на зацепващите колела.

Решаването на обратната задача започва с предварително определяне ъглите на зацепване α_w и α_w^{\wedge} от равенствата

$$(7) \quad \alpha_w = \arccos[m(z_1+z_2)\cos\alpha/2a_w], \quad \alpha_w^{\wedge} = \arccos[m(z_1+z_2)\cos\alpha^{\wedge}/2a_w].$$

след което от *уравнението на безхлабинното зацепване*

$$(8) \quad x_{\tau\Sigma} + 2x_{\Sigma}(\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\alpha^{\wedge}) = (z_1+z_2)(\operatorname{inv}\alpha_w + \operatorname{inv}\alpha_w^{\wedge} - \operatorname{inv}\alpha - \operatorname{inv}\alpha^{\wedge})$$

се намира връзката между сумарните коефициенти $x_{\tau\Sigma}$ и x_{Σ} .

По-нататък, след уточняване на коефициентите $x_1, x_{\tau1}, x_2$ и $x_{\tau2}$, в съответствие с равенство (8), решението на задачата продължава в последователността както при правата задача.

В хода на изчисленията задължително се проверяват ограничителните условия, свързани с: 1) реалното съществуване на произвеждащите гребени; 2) подрязването на еволвентните профили; 3) заострянето на зъбите; 4) интерференцията между зацепващите профили; 5) коефициента на припокриване.

С обобщената методика могат да се проектират всички разновидности на показаните на фиг. 5 еволвентни предавки със симетрични и несиметрични зъби. При това традиционната методика [4] се получава като частен случай на обобщената.

4. Резултати от геометричното проектиране и сравнителен анализ

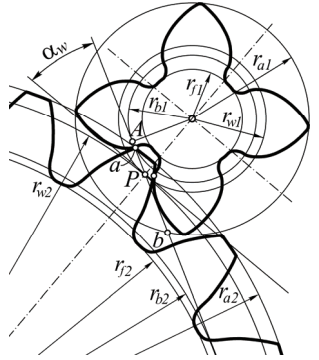
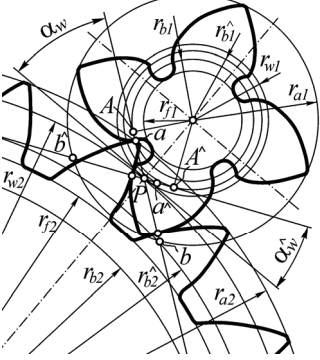
Разработената методика за обобщеното геометрично проектиране на цилиндрични зъбни предавки е възможно да се използва както за научни изследвания, така и за решаване на конкретни задачи от практиката. Предимствата на обобщеното спрямо традиционното проектиране се изразяват в разширяване възможностите на геометричния синтез по отношение заострянето на зъбите, използването на зъбни колела с малък брой зъби и увеличаване коефициента на челно припокриване.

Използването на несиметрични профили в съчетание с радиалното и тангенциалното изместване на ОИК позволява решаването на редица геометрични и якостни задачи. Една от тези задачи е свързана с намирането на най-малкия брой зъби на колелата, осигуряващи непрекъснато предаване на движението в еволвентната предавка. Използването на зъбни колела с малък брой зъби позволява: 1) да се увеличи предавателното число на предавката при зададен модул и междуосово разстояние; 2) да се повиши якостта на зъбите чрез увеличаване на модула и запазване на габаритите и предавателното число на предавката. При малък брой зъби средствата на традиционната теория не позволяват получаване на задоволително решение. В тази връзка са решени два числени примера с разработената обобщена методика и получените резултати са съпоставени с резултатите от традиционното проектиране.

Пример 1. Да се проектира неревърсивна предавка с еволвентно зацепване, при която броят на зъбите на колелата е $z_1=4, z_2=22$, а междуосовото разстояние - $a_w=97,5 \text{ mm}$.

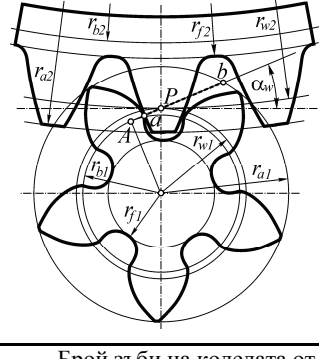
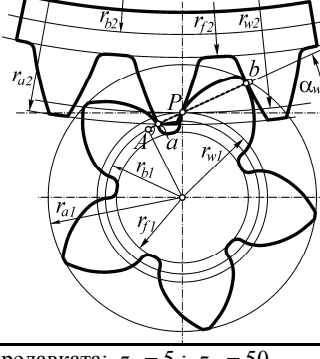
Основните резултати от решението на задачата, получени чрез традиционното проектиране със стандартен изходен контур (БДС 1526-78) и обобщеното проектиране с несиметрични зъбни профили, са показани в табл. 1. Едновременно с това мащабно са построени картината на традиционното и картината на несиметричното зацепване при зададения брой зъби.

Таблица 1 Симетрично и несиметрично зацепване

Традиционно проектиране	Обобщено проектиране
	
Брой зъби на колелата от предавката: $z_1 = 4$; $z_2 = 22$	
Параметри на изходния контур	
$m=7$; $\alpha=20^0$ $h_a^*=0,5h^*-c^*=1$ $c^*=0,25$	$m=7$; $\alpha=30^0$; $\hat{\alpha}=10^0$; $h^*=2,2$; $g_1^*=0,08$; $g_2^*=0,1$; $g_1^*=0,06$; $g_2^*=0,12$; $c_1^*=0,05$; $c_2^*=0,03$
Изместване на изходния контур (корекция на колелата)	
$x_1=0,7$; $x_2=0,4334$	$x_1=0,5$; $x_2=0,4236$; $x_{r1}=0,51$; $x_{r2}=-0,16$
Диаметрални размери на зъбните кола [mm]	
$r_{a1}=23,63$; $r_{f1}=10,15$; $r_{b1}=11,66$; $r_{a2}=85,60$; $r_{f2}=71,28$; $r_{b2}=72,36$	$r_{a1}=24,88$ $r_{f1}=9,80$ $r_{b1}=12,13$ $\hat{r}_{b1}=13,79$ $r_{a2}=87,49$ $r_{f2}=72,27$ $r_{b2}=66,68$ $\hat{r}_{b2}=75,83$
Междусосово разстояние: $a_w = 97,5$ mm	
Ъгли на зацепване	
$\alpha_w = 28^0 43'$	$\alpha_w = 36^0 04'$; $\hat{\alpha}_w = 23^0 12'$
Коефициент на челно припокриване	
$\varepsilon_\alpha = 0,896$	$\varepsilon_\alpha = 1,101$; $\hat{\varepsilon}_\alpha = 0,755$

Изборът на x_1 в традиционното проектиране е определен от условието за избягване на подрязването на малкото колело, при което чрез скъсяване на зъбите е избегнато заострянето им. При обобщеното проектиране с избора на x_1, x_{r1}, x_2 и x_{r2} е постигнато максимално припокриване на работните профили.

Таблица 2 Традиционно и нетрадиционно симетрично зацепване

Традиционно проектиране	Обобщено проектиране
	
Брой зъби на колелата от предавката: $z_1 = 5$; $z_2 = 50$	
Параметри на изходния контур: $m=10$; $\alpha=20^0$; $h_a^*=1$; $c^*=0,25$	
Изместване на изходния контур (корекция на колелата)	
$x_1=0,33$; $x_2=0,202$	$x_1=0,70$; $x_2=-0,099$; $x_{r1}=0,25$; $x_{r2}=-0,35$
Диаметрални размери на зъбните кола [mm]	
$r_{a1}=37,98$; $r_{f1}=15,80$; $r_{b1}=23,49$; $r_{a2}=261,7$; $r_{f2}=239,5$; $r_{b2}=234,92$	$r_{a1}=40,99$; $r_{f1}=19,50$; $r_{b1}=23,49$; $r_{a2}=258,0$; $r_{f2}=236,5$; $r_{b2}=234,92$
Междусосово разстояние: $a_w = 280$ mm	
Ъгъл на зацепване: $\alpha_w = 22^0 38' 40''$	
Коефициент на челно припокриване	
$\varepsilon_\alpha = 0,868$	$\varepsilon_\alpha = 1,099$

С отсечката ab , наклонена под ъгъл α_w спрямо перпендикуляра на междусосовото разстояние, в двете изображения са означени линиите на зацепване в работната посока на движение. На фигурите е показан моментът, в който една двойка профили влиза в зацепване в началната точка a . В същия момент предхождащата двойка профили е излязла от зацепване при традиционното проектиране. В разглеждания момент при несиметричното зацепване предхождащата двойка профили е също в зацепване. Това се потвърждава от получените коефициенти на челно припокриване (при традиционното проектиране $\varepsilon_\alpha < 1$, а при обобщеното проектиране $\varepsilon_\alpha > 1$). Следователно с традиционното проектиране не може да се реализира еволвентна предавка със зададения брой зъби, докато при обобщеното проектиране с показаната несиметрична предавка може да се осъществи еднопосочно предаване на движението.

Пример 2. Да се проектира реверсивна еволвентна предавка, при която $z_1=5$, $z_2=50$ и $a_w=280$ mm.

И в този пример задачата е решена както с традиционната, така и с обобщената методика на геометрично проектиране. Тъй като от зъбната предавка се изисква реверсиране на движението, и при двата случая на проектиране е избрано симетрично зацепване, дефинирано със стандартните параметри на изходния контур. Основното различие между двата начина на проектиране произтича от начина на коригиране на зъбните кола. При традиционното проектиране колелата са коригирани само радиално, а при обобщеното проектиране коригирането е двустранно. Вследствие на тангенциалното коригиране зъбите на малкото колело при обобщеното проектиране се удебеляват и стават по-високи, благодарение на което коефициентът на челно припокриване е по-голям. От съпоставянето на двете симетрични предавки се вижда, че при традиционното проектиране предавката е неработоспособна ($\varepsilon_\alpha=0,868$), докато при обобщеното проектиране движението се предава непрекъснато.

5. Заключение

Предложеният метод за геометрично проектиране на цилиндрични еволвентни предавки се отнася за най-общия случай, при който зъбното зацепване е двустранно (радиално и тангенциално) изместено, с несиметрични профили, с различни преходни криви в основата на зъбите, с наличие и отсъствие на подрязване в еволвентните профили и с две различни радиални хлабини. При това разработената методика е приложима за всяка разновидност на еволвентното зацепване, без необходимост от нови изчислителни формули. В практически смисъл с обобщената методика се осигурява аналитична възможност за реализиране на един общ софтуерен продукт за компютърно проектиране на всички видове еволвентни зъбни предавки.

6. Литература

[1] Алипиев О., С. Антонов. Обобщен изходен контур в теорията на еволвентното зацепване. сп. Механика на машините, №64, 2006, Варна, с.121-125

[2] Алипиев О. Обобщено геометрично пресмятане на цилиндрични еволвентни предавки с външно симетрично и несиметрично зацепване. сп. Механика на машините, №68, 2007, Варна, с.80-87

[3] Симеонов С., Г. Цветанов. Еволвентни цилиндрични зъбни предавки с асиметричен профил. сп. Механика на машините, №69, 2007, Варна, с.72-86

[4] ГОСТ 16532-70. Передачи зубчатые цилиндрические эвольвентные внешнего зацепления. Расчет геометрии.

[5] Вулгаков Э. Б. Теория эвольвентных зубчатых передач. М., Машиностроение, 1995, 320с

[6] Kapelevich A., Y. Shekhtman, Tooth Fillet Profile Optimization for Gears with Symmetric and Asymmetric Teeth, AGMA Fall Technical Meeting, San Antonio, Texas, 2008, (08FTM06)

[7] Kumar V., D. Muni, G. Muthuveerappan. Optimization of asymmetric spur gear drives to improve the bending load capacity, Mechanism and Machine Theory, Volume 43, July 2008, p.829-858